

Es soll ein historisch und methodisch interessantes Verfahren, die Lichtgeschwindigkeit zu messen, besprochen werden, wie sie mit heutigen Mitteln vom Amateur wiederholbar ist.

I. Historisches

In der Physik des ARISTOTELES wurde angenommen, das Licht breite sich instantan (also mit unendlicher Geschwindigkeit) aus. Diese Ansicht beherrschte das ganze Mittelalter und auch Teile der beginnenden Neuzeit. Das mittelalterlich-aristotelische Weltbild war eine so enge Verflechtung von Religion und Naturwissenschaft, von Glauben und Denken, dass neue Ideen einen schweren Stand haben mussten. Diese Verflechtung, die erst im christlichen Mittelalter entstand, konnte nur allmählich gelöst werden (in den Naturwissenschaften durch KOPERNIKUS, KEPLER, GALILEI; in der Philosophie durch R. DESCARTES¹⁾).

Neben ARISTOTELES war zur Zeit RÖMERS (OLE ROEMER, dänischer Astronom, 1644–1710) auch DESCARTES ausschlaggebend für das naturwissenschaftliche Denken. Im Jahre 1600 hatte TH. HARIOT, 1620 W. SNELL (Snellius) das Sinusgesetz der Lichtbrechung entdeckt. 1637 wurde es von R. DESCARTES (1596 bis 1650) in seiner Optik veröffentlicht. Dieser begründete es dort unter der Annahme, das Licht habe eine endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit. Er erhielt:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_2}{v_1} \quad (1)$$

Das Brechungsgesetz stimmt in dieser Form (1) nicht, wenn man unter v die Geschwindigkeit von Lichtteilchen versteht. Wie wir ja heute wissen, gilt

$$n \propto \frac{1}{v} \text{ und nicht } n \propto v$$

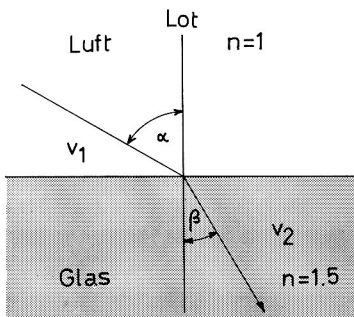


Fig. 1

(n = Brechungsindex). Wir wissen, dass die Lichtgeschwindigkeit im optisch dichteren Medium kleiner ist: $v_1 > v_2$. FERMAT erhielt 1662 durch ein Variationsprinzip die richtige Form

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} \quad (1a)$$

Es wurde oft gesagt, DESCARTES habe das Sinusgesetz völlig falsch hergeleitet. Man vergisst dabei aber, dass er unter v vermutlich nicht die Geschwindigkeit der Teilchen, sondern ihre Bewegungsgrösse (Impuls p) verstand²⁾. Aus der Quantentheorie kennen wir die Beziehung zwischen dem Impuls p eines Photons und seiner Geschwindigkeit c :

$$p = \frac{h \cdot \nu}{c} \quad (2)$$

also $p \sim 1/c$. Der Impuls eines Photons ist im optisch dichteren Medium also grösser. Unter dieser Voraussetzung ist DESCARTES' Herleitung (1) korrekt.

Trotz der hier benötigten Annahme von der Endlichkeit der Lichtgeschwindigkeit liess sich DESCARTES später zur Aristotelischen Ansicht «bekehren», und zwar einfach, weil damals noch keine Aberration der Fixsterne gemessen worden war.

Die Ausgangslage war für OLE ROEMER also alles andere als rosig. Er arbeitete seit 1672 mit G. D. CASSINI (1625–1712) an der Pariser Sternwarte zusammen. CASSINI war ein eifriger Erforscher der Welt der Jupitermonde. Er hatte z. B. vorgeschlagen, geographische Längenmessungen mit Hilfe gleichzeitiger Beobachtung von Trabantenverfinsterungen an verschiedenen Orten durchzuführen. Dass diese Methode zur Bestimmung der Länge von Uraniborg auf Hven (Brahes Observatorium) verwendet wurde, brachte es mit sich, dass ROEMER mit CASSINI bekannt geworden war.

CASSINI wusste schon von den Unregelmässigkeiten, die in den Trabantenerscheinungen auftraten. ROEMER erkannte nun, dass die Verfrühung oder Verspätung von Verfinsterungen in einem direkten Zusammenhang mit der Entfernung Erde–Jupiter stehen. Dieses Gesetz liess ihn vermuten, dass die Unregelmässigkeiten nicht auf Bewegungsanomalien der Jupitertrabanten zurückzuführen sein würden. Er nahm richtig an, dass die Differenz zwischen vorhergesagter und beobachteter Verfinsterungszeit durch die endliche Laufzeit des Lichtes erklärt werden kann. Je nachdem, wie weit Jupiter und Erde voneinander entfernt sind, braucht das Licht als Übermittler des Ereignisses länger oder weniger lang, um zur Erde zu gelangen (siehe Fig. 2).

Im Extremfall kann die beobachtete Zeit etwa 17 Minuten von der berechneten abweichen.

ROEMER erhielt durch seine Messungen den (viel zu kleinen) Wert von 42 000 Meilen pro Sekunde für die Lichtgeschwindigkeit. Das war im Jahre 1676.

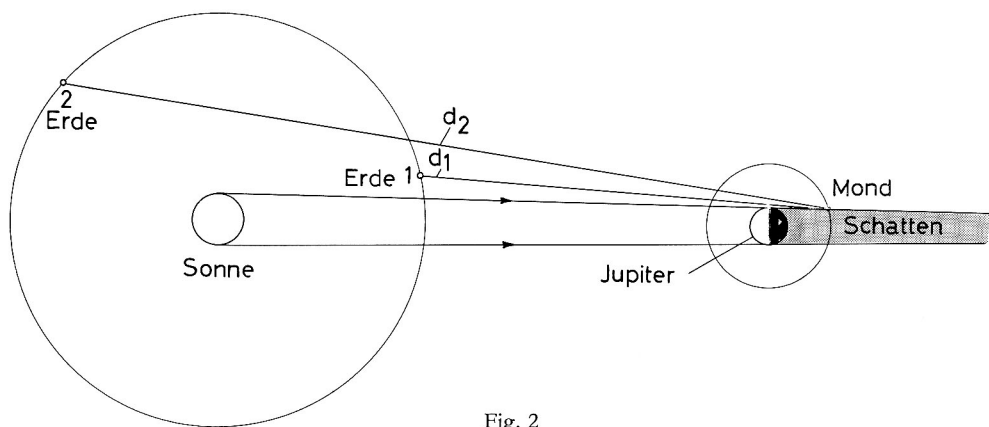


Fig. 2

Diese Erklärung der Erscheinungen wurde nicht gerade überall gnädig aufgenommen. Die alten Vorurteile waren zu gross. Erst 1728 berichtete BRADLEY (1692–1762) von der Messung der Aberration des Sternes γ Draconis. Damit war ein weiterer Beweis erbracht, dass ROEMER recht gehabt hatte. Langsam setzte sich dann die Einsicht durch, dass das Licht sich nicht unendlich schnell ausbreitet.

II. Prinzip der Messung

Mit modernen Hilfsmitteln, besonders den sehr genau bekannten astronomischen Grössen (Elemente der Planeten- und Mondbahnen), ist es heute auch dem Amateur möglich, eine ansprechend genaue Messung der Lichtgeschwindigkeit vorzunehmen, die auf ROEMERS Methode beruht. Allerdings verlangt der hier unterbreitete Vorschlag ein Ephemeridenbuch, das eine Bestimmung der heliozentrischen Länge Jupiters auf $1/100^\circ$ für die gewünschten Zeitpunkte zulässt. Ist das nicht vorhanden, so können diese Werte auch selbst berechnet werden; allerdings ist die Rechnung wohl nur noch mit der Maschine sinnvoll, da sie sonst zu viel Zeit beansprucht. Mindestens einer der modernen kleinen Taschenrechner (mit Winkelfunktionen und deren Umkehrung) wird dazu gebraucht.

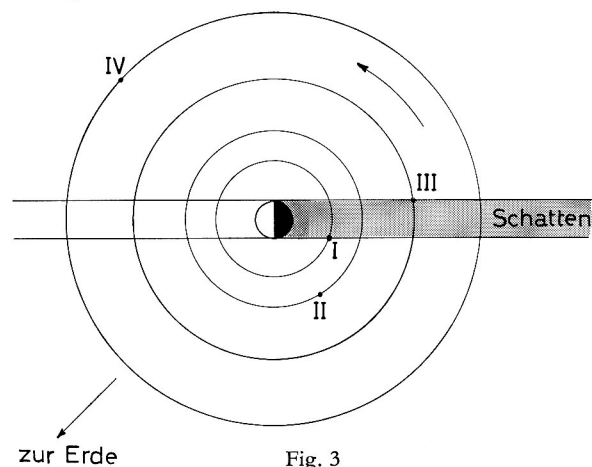


Fig. 3

Zur Messung werden nur die Verfinsterungen der Jupitermonde durch Jupiters Schatten verwendet. Gemessen werden der Verfinsterungsanfang VA (I, Fig. 3) oder das Verfinsterungsende VE (III). Von der Erde aus ist jeweils nur eines der Ereignisse sichtbar. Vor der Opposition von Jupiter ist es VA, nach der Opposition VE. Fig. 3 zeigt die Stellung der Erde vor der Opposition.

Man beobachtet nun irgend eine Verfinsterung und stellt deren Zeitpunkt t_0 fest. Man berechnet darauf, wann eine n -te Verfinsterung stattfinden sollte (nach n synodischen Umlaufzeiten eines Jupitermondes) und bezeichnet diese Zeit mit t_n . Die Beobachtung des n -ten Ereignisses liefert t_n' . Die Differenz

$$\Delta t_n = t_n - t_n' \quad (3)$$

rührt von daher, dass sich die Distanz Erde–Jupiter inzwischen von d_0 auf d_n verändert hat. Die Lichtgeschwindigkeit ergibt sich zu

$$c = \frac{d_0 - d_n}{t_n - t_n'} = \frac{\Delta d_n}{\Delta t_n} \quad (4)$$

mit

$$\Delta d_n = d_0 - d_n. \quad (5)$$

Man trägt die Änderung der Distanz zwischen Erde und Jupiter in einem Diagramm gegen die Werte Δt_n auf. Die Steigung der Geraden, die die Messpunkte am besten approximiert, liefert die Lichtgeschwindigkeit c .

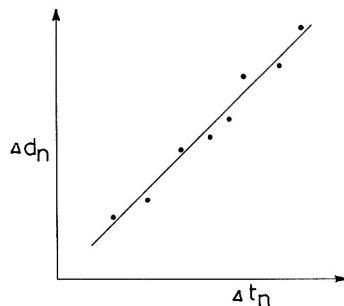


Fig. 4

III. Berechnung der theoretischen Verfinsterungszeiten

In Sky and Telescope vom November 1972³⁾ ist eine neue Version des ROEMER-Experimentes beschrieben. Allerdings ist jene Methode nicht besonders elegant, da sie die Kenntnis der Lichtgeschwindigkeit schon voraussetzt. Nach dieser Methode nimmt man aus einem Jahrbuch (z. B. NAEF oder AHNERT) die Voraussage für eine Verfinsterung, beachtet aber dabei, dass dafür die Laufzeit des Lichtes schon einberechnet wurde. Nun rechnet man einfach mit Hilfe der Lichtgeschwindigkeit zurück und erhält so t_n .

Um diesen Selbstbetrug zu vermeiden, sei gezeigt, wie man die Werte für t_n selbst erhalten kann. Zur Vereinfachung nehmen wir zuerst als Verfinsterungs-

punkt immer den Schattenmittelpunkt, der die gleiche heliozentrische Länge wie Jupiter hat.

3.1. Berechnung für Kreisbahnen

Nimmt man die Jupiterbahn als Kreis an, so ist die Berechnung aufeinanderfolgender Verfinsterungen sehr einfach. Die Zeit zwischen zwei Verfinsterungen ist dann gleich der (mittleren) synodischen Umlaufzeit (diese ist konstant!) der Trabanten, also

$$t_n(kr) = t_0 + n \cdot T_{syn} \zeta \tag{6}$$

(kr) steht hier für die Näherung für Kreisbahnen. Eine Korrektur dafür, dass die Mondbahnen nicht kreisförmig sind muss nicht angebracht werden. Für die Monde I bis IV ist die Exzentrizität ihrer Bahn vernachlässigbar.

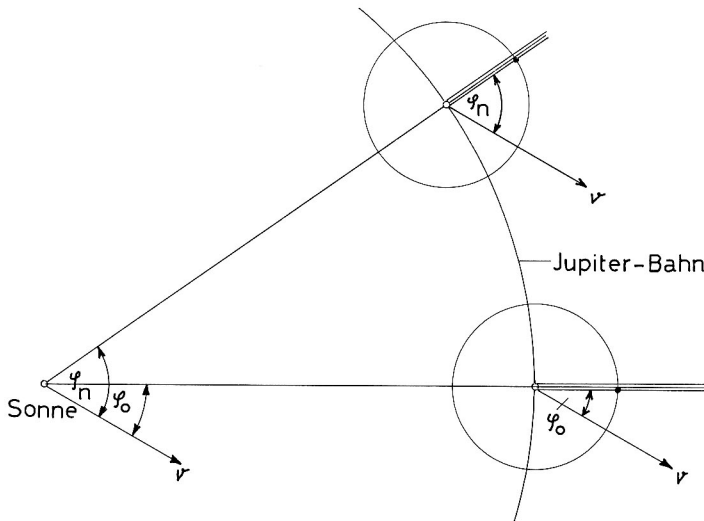


Fig. 5

3.2. Elliptische Jupiterbahn

Die Exzentrizität der Jupiterbahn fällt aber für eine genaue Berechnung ins Gewicht. Man kann das leicht einsehen. Der Winkel φ_n (Abb. 5) ist *nicht* einfach gleich

$$\varphi_n(kr) = \varphi_0 + n \cdot \mu_J \cdot T_{syn} \zeta \tag{7}$$

Dabei ist μ_J die mittlere zeitliche Bewegung des Jupiter. Nehmen wir an, der Jupiter sei seiner mittleren Bewegung davongelaufen. Es gilt also

$$\varphi(t_n) = \varphi_n > \varphi_n(kr)$$

d. h. der Mond muss noch den Winkel $\varphi_n - \varphi_n(kr)$ zurücklegen, um in den Jupiterschatten einzutauchen. Er brauche dazu die Zeit δt :

$$t_n = t_0 + n \cdot T_{syn} \zeta + \delta t \tag{8}$$

wobei für δt natürlich folgende Beziehung gilt:

$$\delta t = \frac{\varphi(t_n) - (\varphi_0 + n \cdot \mu_J \cdot T_{syn} \zeta)}{\mu \zeta} \tag{9}$$

Dabei ist $\mu \zeta$ die mittlere Bewegung des Jupitermon-

des. $\varphi_n = \varphi(t_n)$ kann aber gar nicht berechnet werden da t_n noch nicht bekannt ist. Es genügt allerdings, anstelle von t_n die beobachtete Zeit t_n' oder auch $t_n(kr)$ zu setzen. Diese Zeiten weichen sicher nie mehr als einige Minuten von t_n ab. Jupiter bewegt sich innerhalb von 3 Stunden nur um $1/100^\circ$ vorwärts (siehe numerische Werte):

$$\varphi(t_n) - \varphi(t_n') < 1/100^\circ$$

Der Wert von $1/100^\circ$ ist so gewählt, dass mit der Bestimmung von φ auf $1/100^\circ$ genau die Verfinsterungszeit des Mondes I (Io) auf 4 Sekunden genau gegeben ist. Die gegenseitigen Mondbahnstörungen können durch die Annahme einer leicht variablen synodischen Umlaufzeit $T_{syn} \zeta$ angemessen berücksichtigt werden, womit die Messung der Lichtgeschwindigkeit an Genauigkeit gewinnt. Beispielsweise ist die Umlaufzeit für 1975 für Io vor der Opposition = $1^d 18^h 28^m 40^s$ und nach der Opposition = $1^d 18^h 28^m 32^s$, also + bzw. - 4 Sekunden einzusetzen. Damit sind die gegenseitigen Mondbahnstörungen praktisch ausreichend kompensiert. Vgl. hierzu auch die Ausführungen von K. ROHLFS⁴⁾.

3.3. Berechnung der heliozentrischen Länge Jupiters

Mit dem Obigen stellt sich die Aufgabe der Berechnung der wahren heliozentrischen Länge von Jupiter:

$$\varphi(t_n) \approx \varphi(t_n') \approx \varphi(t_{n(kr)}),$$

wobei für $n = 0$ exakt gilt: $\varphi_0 = \varphi(t_0) = \varphi(t_0')$.

Zu dieser Berechnung dienen die Gleichungen für die Bahnberechnung der Planeten, wobei die folgenden Definitionen verwendet werden:

t	Zeit seit dem Periheldurchgang
μ	mittlere tägliche Bewegung
M	mittlere Anomalie
E	exzentrische Anomalie
v	wahre Anomalie
r	Radiusvektor des Planeten
a	grosse halbe Bahnachse
e	Exzentrizität
ω	Länge des Perihels
φ	Länge des Planeten

Zuerst wird die exzentrische Anomalie über die KEPLER Gleichung berechnet:

$$E - e \cdot \sin E = \mu \cdot t = M \quad (10)$$

Dann erhält man den Radiusvektor und die wahre Anomalie:

$$r = a(1 - e \cdot \cos E) \quad (11)$$

$$\tan \frac{1}{2} v = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{1}{2} E \quad (12)$$

Die heliozentrische Länge des Planeten ergibt sich sehr einfach:

$$\varphi = v + \omega. \quad (13)$$

Die Zeit t, die in (10) eingesetzt werden muss, ist die seit dem Periheldurchgang verfllossene. Setzen wir für den letzten Periheldurchgang die Zeit T_0 , so gilt:

$$t = t_n - T_0 \approx t_{n(kr)} - T_0. \quad (14)$$

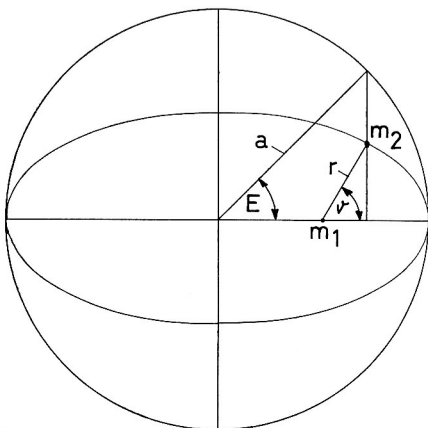


Fig. 6

IV. Ein Algorithmus zur Berechnung der Exzentrischen Anomalie

Die KEPLER Gleichung

$$E - e \cdot \sin E = M \quad (10)$$

muss gelöst werden. Die Genauigkeit von v soll dann in der Ordnung von $1/100^\circ$ liegen.

In (10) sind e und M bekannt. (10) wird durch Näherung gelöst. Als ersten Näherungswert für E setzen wir $E_1 = M$, d. h.

$$E_1 - e \cdot \sin E_1 = M_1, \text{ oder } M - e \cdot \sin M = M_1 \quad (15)$$

Der Fehler in M beträgt

$$M - M_1 = e \cdot \sin M \quad (16)$$

$E_1 = M$ liefert M_1 . Nun wird der Anfangswert von E um den Fehler in M erhöht:

$$E_2 = M + e \cdot \sin M$$

$$E_2 - e \cdot \sin E_2 = M_1 \quad (17)$$

Durch Einsetzung erhält man:

$$M_2 = M + e \cdot \sin M - e \cdot \sin (M + e \cdot \sin M). \quad (17a)$$

$$\Delta = M - M_2 = M - \{M + e \cdot \sin M - e \cdot \sin (M + e \cdot \sin M)\}$$

$$\Delta = e \{ \sin (M + e \cdot \sin M) - \sin M \} \quad (18)$$

Eine numerische Berechnung von Δ (M) (siehe Fig. 7) zeigt, dass der Fehler auf alle Fälle bereits unterhalb der geforderten Grenze liegt. E_2 ist also eine genügend genaue Näherung für E:

$$E = M + e \cdot \sin M \quad (19)$$

Dieser Algorithmus ist für Exzentrizitäten, wie sie bei den Planeten vorkommen, völlig ausreichend, da der Fehler von M höchstens $2 \cdot 10^{-5}^\circ$ beträgt. Damit ist auch E_2 bis auf $5 \cdot 10^{-5}^\circ$ bestimmt, und man erhält die wahre Anomalie v bis auf etwa 10^{-5}° genau.

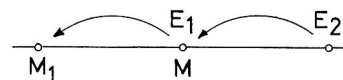


Fig. 7

V. Entfernung Erde-Jupiter*)

Für die Entfernung d erhält man (wenn man die Neigung der Jupiterbahn gegen die Ekliptik vernachlässigt):

$$d^2 = d_E^2 + d_J^2 - 2 d_E d_J \cdot \cos (\varphi_E - \varphi_J) \quad (20)$$

Hier können die erforderlichen Werte mit genügender Genauigkeit auch einem kleinen Jahrbuch entnommen werden.

*) siehe numerische Werte S. 79

VI. Umrechnung von Verfinsterungsanfang auf Verfinsterungsende

Normalerweise wird man mit den Beobachtungen vor der Jupiteropposition beginnen. Man beobachtet dann die Verfinsterungsanfänge. Nach Gl. (8), (9) berechnet man dann die nächsten theoretischen Zeiten für den Verfinsterungsbeginn.

Um die Zeit der Opposition herum muss aber die theoretische Zeit für die Verfinsterungsenden berechnet werden, da von da an nur noch diese beobachtbar sind. Die Rechnung ist sehr einfach. Man rechnet weiter mit den Verfinsterungsbeginn und muss nun nur noch die Zeit dazuzählen, die der Mond benötigt, um den Jupiterschatten zu durchqueren oder man definiert t_0 nach der Opposition neu.

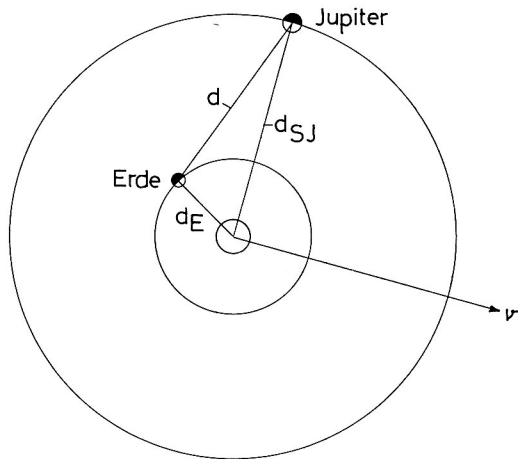


Fig. 8

VII. Beobachtung der Verfinsterungen

Siehe dazu Sky and Telescope³⁾. Zur Beachtung:

- Es sollte immer das gleiche Teleskop verwendet werden
- immer der gleiche Beobachter
- möglichst gleiche Sichtbedingungen.

Dann lässt sich nach Sky and Telescope t_n' von einem guten Beobachter bis auf etwa 10 sec genau bestimmen (für Io).

In Abschnitt III wurde nicht festgelegt, welcher Zeitpunkt t_n wirklich berechnet wird. Ist t_n die Zeit der Vollmondphase (Mond in der Mitte des Schattens), ist es der Anfang oder das Ende des Verfinsterungsbeginnes?

Aber diese Festlegung ist unwesentlich. Wir gehen von einer Beobachtung aus (t_0). Welcher Konstellation das entspricht, wissen wir nicht (und wollen es auch gar nicht wissen). Wir wollen nur wissen, wann der Mond wieder in der selben Position zu finden ist,

Literatur:

- 1) siehe z. B. HANS BLUMENBERG, Die kopernikanische Wende. Suhrkamp 1965.
- 2) F. HUND, Geschichte der physikalischen Begriffe, BI, S. 144, 1972 (Bibliogr. Institut Mannheim).
- 3) MC MILLAN, KIRZENBERG, A modern Version of the OLE ROEMER Experiment, Sky and Telescope 44, 300 (1972).

also z. B. wann der Mond wieder gleich weit vom Schattenrand entfernt sein wird wie bei t_0 . Und wir können dann ruhig annehmen, dass der Mond zu den Zeiten t_n wieder die genau gleiche Verfinsterungsphase zeigen sollte wie früher (theoretisch).

Wir können aber nur dann sicher sein, dass wir jedesmal die gleiche Phase beobachten, wenn die oben erwähnten Voraussetzungen erfüllt sind (gleiches Instrument etc.).

Einigermassen objektiv könnte diese Messung nur sein, wenn die Helligkeit des Mondes während der Verfinsterung absolut festgehalten wird. Durch jeweiliges Eichen eines Photometers wäre der Fehler, der durch verschiedene Sichtbedingungen verursacht wird, weggehoben. Man legt dann einfach fest, bei welcher Helligkeit man den Mond als verfinstert betrachten will. Eventuell wäre die von der Erde gesehene Mondphase zu berücksichtigen. Es müsste festgestellt werden, ob solche Beobachtungen sinnvoll realisiert werden können.

VIII. Numerische Werte

Mittlere Entfernung Sonne-Jupiter	778 264 000 km
kleinste Entfernung	740 520 000 km
grösste Entfernung	815 320 000 km
Bahnexzentrizitäten: (ϵ) Jupiter	0.0480
Erde	0.0167217
Umlaufzeiten: Jupiter	4332.588 d
Erde	365.2564 d

Mittlere tägliche Bewegung:

Jupiter μ_J	0.0831 °/d
Erde μ_E	0.985608 °/d

Bahnneigung gegen Ekliptik:

Jupiter	1.3 °
---------	-------

Länge des Perihels: Jupiter $\bar{\omega}_J$	13.96 °
Erde $\bar{\omega}_E$	102.42444 °

Periheldurchgang: ($t = 0$)

Jupiter	2438305.40433
Erde	2440224.46536

Radius des Jupiter 71 370 km

Radius der Sonne 695 300 km

Astronomische Einheit (AE) 149 600 000 km

Der Wert für die Länge des Perihels von Jupiter ist stark veränderlich, während die anderen Grössen für Jupiter langsamer ändern. Man erhält ungefähr:

$$\bar{\omega}_J = 0.046^\circ \cdot J + 10.488^\circ, ^5)$$

wenn man für J die Jahreszahl minus 1900 einsetzt. Alle Werte für Jupiter stammen von AHNERT⁶⁾, die anderen Tabellenwerte von SANDNER⁷⁾, Meyers Handbuch über das Weltall⁸⁾, Landolt-Börnstein⁹⁾ und AHNERT¹⁰⁾.

4) K. ROHLFS, OLAF ROEMER und die Lichtgeschwindigkeit, SuW 13, 311 (1974).

5) Interpoliert nach den Werten für die Länge des Perihels von Jupiter aus P. AHNERT, Kalender für Sternfreunde 1969-1975.

6) P. AHNERT, Kalender für Sternfreunde 1975, S. 82.

- 7) W. SANDNER, Trabanten im Sonnensystem BI 1966.
8) K. SCHAIFERS und E. TRAVING, Meyers Handbuch über das Weltall 1973, S. 217.
9) LANDOLT-BÖRNSTEIN, Neue Serie VI/1 Astronomie, Springer 1965, S. 155, 158.

- 10) P. AHNERT, Das System der Jupiter-Monde I–III, Die Sterne 39, 9/10 (1963); Jupiterbeobachtungen 1964/65 und 1965/66. Die Sterne 42, 9/12 (1966); Beobachtungen der Jupitermond-Erscheinungen. Kalender für Sternfreunde 1973, S. 125.

Adresse des Verfassers:

H.-U. FUCHS, Lerchenrain 7/25, CH-8046 Zürich.

ORION

Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft

Bulletin de la Société Astronomique de Suisse

Messung der Lichtgeschwindigkeit nach Ole Roemer, von H.-U. Fuchs,

erschienen in ORION 33, 75 (1975), No. 148.

Von H.-U. FUCHS, Zürich

Ein Nachtrag zu der Beobachtungsanleitung zur Messung der Lichtgeschwindigkeit¹⁾ ist notwendig. Der Amateur, der in diesem Jahr (1975) die Lichtgeschwindigkeit aus Beobachtungen der Jupitermonde abzuleiten versucht, dürfte eine unangenehme Überraschung erleben. Er wird voraussichtlich Werte um 500 000 km/s für die Lichtgeschwindigkeit finden. Hätte er 1973 (vor der Opposition) beobachtet, so hätte er vermutlich einen recht ansprechenden Betrag (etwa 290 000 km/s) erhalten. Woher kommen diese Schwankungen?

Es zeigt sich, dass die Störungen der Jupitermonde die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit stark beeinträchtigen können²⁾. Die drei inneren Galileischen Jupitermonde haben beinahe kommensurable Umlaufzeiten (d. h. die Umlaufzeiten stehen in rationalen Verhältnissen zueinander). So kommt es, dass sich die gegenseitigen Stellungen dieser Monde nach relativ kurzer Zeit (436.7 d) exakt reproduzieren. Aus diesem Grunde sind die Störungen, die die Jupitermonde gegenseitig auf sich ausüben, recht gross. So kommt es, dass sich die Verfinsterungszeiten der Monde um einige Minuten verschieben können.

Es wäre deshalb nötig, die theoretischen Verfinsterungszeiten (t_n) entsprechend dieser Störungen zu korrigieren:

$$t_n^* = t_0 + n \cdot T_{\text{syn}} + \delta t + T_{\text{Störung}} \quad (1)$$

T_{st} kann aus der Störungsrechnung leider nur mit riesigem Aufwand erhalten werden. Für uns erhebt sich nun die Frage, ob es nicht Methoden gibt, die eine einfachere Beherrschung des Störungseffektes ermöglichen.

Numerische Betrachtungen für die letzten paar Jahre werden uns gewisse Gesetzmässigkeiten erkennen lassen. Unter stark einschränkenden Bedingungen dürfte eine einfache Berücksichtigung der Störungen möglich sein.

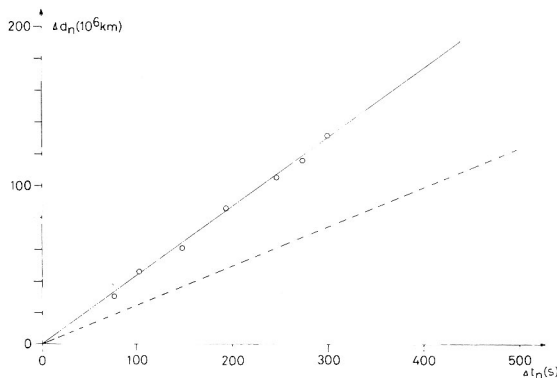
I. Einfluss der Störungen auf eine Beobachtungsperiode

Wir nehmen als Beispiel die Beobachtungsperiode 1975 (vor der Jupiteropposition³⁾). Wir berechnen die theoretischen Verfinsterungszeiten nach

$$t_n = t_0 + n \cdot T_{\text{syn}} + \delta t \quad (2)$$

d. h. ohne Berücksichtigung irgendwelcher Störungen; der Vergleich mit den beobachteten Zeiten³⁾ ergibt eine Lichtgeschwindigkeitsbestimmung nach Fig. 1 (ausgezogene Kurve).

Beachtenswert ist nun folgendes: Die Bestimmung nach (2) ergibt wieder eine Gerade! (Wenn auch mit falscher Steigung entsprechend 540 000 km/s). Das heisst nun, dass T_{st} nicht einfach beliebig über die Beobachtungsperiode verteilt ist. Vielmehr gehorcht T_{st} innerhalb dieses Zeitraumes einem einfachen Gesetz: T_{st} liefert für jedes n einen gleichmässig wachsenden Zusatz zu Gl. (2), so dass die Gerade, die die Lichtgeschwindigkeit bestimmt, in der Steigung korrigiert wird.



Daher wirken sich die Störungen so aus, als sei die synodische Umlaufzeit der Monde um einen konstanten Beitrag verändert. In Gleichung (1) können wir T_{st} nach diesem Ergebnis nämlich in T_{syn} integrieren:

$$t_n^* = t_0 + n \left(T_{\text{syn}} + \frac{1}{n} \cdot T_{\text{st}} \right) + \delta t =$$

$$t_0 + n \left(T_{\text{syn}} + \Delta T_{\text{syn}} \right) + \delta t \quad (3)$$

$$\text{wobei} \quad \Delta T_{\text{syn}} = 1/n \cdot T_{\text{st}} \quad (4)$$

über eine Beobachtungsperiode als konstant angenommen werden kann.

Es gibt nun eine einfache Methode, ΔT_{syn} zu erhalten. Allerdings wird dabei die Voraussetzungslosigkeit der Methode der Lichtgeschwindigkeitsbestimmung empfindlich gestört!

In Fig. 1 gibt die unterbrochene Gerade die Exakte Lichtgeschwindigkeit von 300 000 km/s wieder. Da wir das Resultat kennen, bestimmen wir ΔT_{syn} so, dass die mit Gl. (3) bestimmte (durchgezogene) Gerade die richtige Steigung erhält. Man geht also hin, bestimmt nach den Werten für die Verfinsterungen (aus einem Jahrbuch) die für die zukünftigen Beob-

achtungen zu erwartende Lichtgeschwindigkeit nach Gl. (2) und erhält einen falschen Wert. Dann bestimmt man ΔT_{syn} so, dass man mit der korrigierten Umlaufzeit des Mondes einen vernünftigen Wert für die Lichtgeschwindigkeit erwarten kann.

Bei dieser Methode wird also die Kenntnis der Lichtgeschwindigkeit vorausgesetzt. Das ist natürlich ein schwerer Schönheitsfehler. Der Amateur, dem nur beschränkte Mittel zur Verfügung stehen, muss diesen wohl in Kauf nehmen. Allerdings eröffnen die nun folgenden Untersuchungen über die Zeitentwicklung von ΔT_{syn} einen Lichtblick.

II. Zeitliches Verhalten der Störungen

Bestimmt man mit Jupiter I (Jo) die ohne Berücksichtigung der Störungen zu erwartenden Lichtgeschwindigkeiten c' (nach Gl. (2)), so erhält man folgende Resultate:

1968: 270 000 km/s	1972: 250 000 km/s
1969: 230 000 km/s	1973: 280 000 km/s
1970: 220 000 km/s	1974: 370 000 km/s
1971: 230 000 km/s	1975: 540 000 km/s

Diese Werte erhält man aus Beobachtungen vor der Opposition. Ein gewisses gesetzmässiges Verhalten kann schon abgelesen werden. Wir fragen uns nun, ob wir durch ein einfaches theoretisches Modell für die Zeitabhängigkeit von ΔT_{syn} die oben erhaltenen Werte wenigstens grob annähern können. Es sei schon vorausgeschickt, dass dieses theoretische Modell hier nicht erklärt werden kann (der Verfasser scheut sich vor dem Einsatz der Störungsrechnung). Erhalten wir aber gute Resultate, so werden wir sagen, ΔT_{syn} verhalte sich wahrscheinlich ungefähr nach dem vorgeschlagenen Modell.

Wir nehmen an, dass t_n^* (Gl. (3)) die exakten theoretischen Verfinsterungszeiten seien (d. h. wir nehmen an, dass unser Vorschlag für ΔT_{syn} gut sei). Dann gilt für die beobachteten Verfinsterungszeiten:

$$t_n' = t_n^* \pm \frac{\Delta d_n}{c} = t_0 + n(T_{\text{syn}} + \Delta T_{\text{syn}}) + \delta t \mp \frac{\Delta d_n}{c} \quad (5)$$

$c = 300\,000$ km/s ist die exakte Lichtgeschwindigkeit. $\Delta d_n/c$ ist die Änderung der Laufzeit des Lichtes. Dabei gilt natürlich das obere Vorzeichen für die Beobachtungen vor der Opposition, das untere für die Zeit nach der Opposition. Bestimmen wir nun die Lichtgeschwindigkeit c' ohne Berücksichtigung der Störungen (also nach Gl. (2)), so ergibt sich:

$$c' = \frac{\Delta d_n}{\Delta t_n} \quad \text{mit} \quad \Delta t_n = t_n - t_n'$$

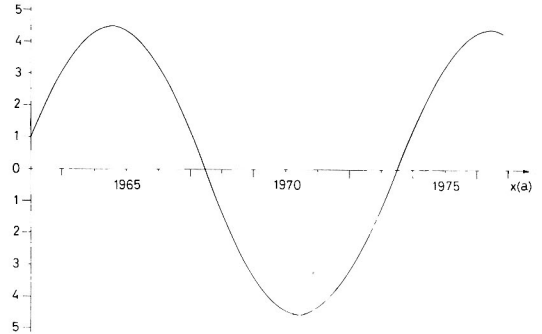
Aus (2) und (5) folgt:

$$\Delta t_n = t_n - t_n' = -n \cdot \Delta T_{\text{syn}} \pm \frac{\Delta d_n}{c}, \quad (6)$$

$$\text{also: } c' = \frac{\pm \Delta d_n}{\pm \frac{\Delta d_n}{c} - n \cdot \Delta T_{\text{syn}}} \quad (7)$$

Die für die Jahre 1968–1975 berechneten Lichtgeschwindigkeiten c' verteilen sich etwa wie eine abgewandelte Sinuskurve (mit flachem Minimum und hohem Maximum). Deshalb setzen wir für ΔT_{syn} versuchsweise eine reine Sinusschwingung an:

$$\Delta T_{\text{syn}} = A \cdot \sin(B \cdot x + C). \quad (8)$$



Die Konstanten A, B und C müssen so gewählt werden, dass das Verhalten von c' einigermaßen gut wiedergegeben wird. x wird in Jahren angegeben.

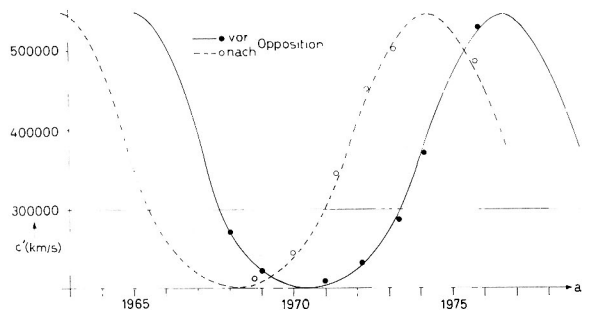
Mit den Werten:

$$\begin{aligned} A &= 4.5 \text{ Sek.}, \\ B &= 2\pi/11.955 \text{ und} \\ C &= -0.95 \end{aligned}$$

erhält man das folgende Bild (Fig. 3. Berechnung nach Gl. (7)):

Führt man die gleiche Berechnung für die Beobachtungen *nach* der Opposition aus, so merkt man, dass die gleiche Annahme für ΔT_{syn} *nicht* zum gewünschten Ziel führt. Man muss vielmehr einen anderen Parameter C nehmen (A und B bleiben gleich):

$$C^* = +3.34 \quad (10)$$



Es ist natürlich nicht ohne weiteres einzusehen, wieso die Messungen nach der Opposition nicht durch den gleichen Ansatz (9) angenähert werden können. Es ist möglich, dass der Grund dafür bei Kenntnis der Störungstheorie offensichtlich würde. Da es aber doch sehr unwahrscheinlich ist, dass der Übergang der

Beobachtung von vor zu nach der Opposition einen solchen Sprung verursacht, dürfte der Grund im Ungenügen der Theorie liegen. Man darf natürlich nie vergessen, dass (3) nur näherungsweise gilt und der Ansatz für ΔT_{syn} mehr oder weniger aus der Luft gegriffen ist. Es darf daher nicht überraschen, dass nur die allergrößten Züge beschrieben werden können.

Diese so ungenügende Theorie und die Fig. 3 legen aber einen anderen wichtigen Gedanken nahe. Die Kurve in Fig. 3 (nach Gl. (7) schneidet aus der Horizontalen bei 300 000 km/s gleichlange Abschnitte heraus. Gl. (8) oder Fig. 2 sagen ja, dass in regelmäßigen Abständen die Wirkung der Störung verschwindet, so dass eine Beobachtung zu diesen Zeitpunkten einen guten Wert für c liefern sollte. Man kann nun folgende Methode zur genauen Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit vorschlagen:

Man beobachtet über möglichst viele Perioden (12 oder mehr Jahre) und trägt die Messungen c' (unkorrigiert!) gegen die Zeit auf (Fig. 3). Man versucht, die Punkte so gut wie möglich durch eine Kurve zu approximieren. Diejenige Horizontale, die durch diese Kurve in gleiche Abschnitte unterteilt wird, repräsentiert die wahre Lichtgeschwindigkeit c . Diese Methode ist also unabhängig von der Kenntnis der Lichtgeschwindigkeit.

Noch eine Erkenntnis mag interessant sein: Die Periode der Störungen von T_{syn} beträgt genau das Zehnfache der Periode, nach der sich die Stellung der ersten drei Jupitermonde wiederholt (10 mal 436.7 Tage). Es könnte sich dabei um bei solchen Phänomenen durch die Störungstheorie bekannte Schwabungen handeln, die eine viel längere Dauer als die Kommensurabilitätsperiode besitzen. Ob dies allerdings so ist, lässt sich ohne genaueres Hinsehen nicht entscheiden.

Literatur:

- 1) H. U. FUCHS: Messung der Lichtgeschwindigkeit nach Ole Roemer, ORION 33, 75 (1975).
- 2) K. ROHLFS: Sterne und Weltraum 13, 311 (1974).
- 3) Werte nach P. AHNERT: Kalender für Sternfreunde, 1975

Adresse des Verfassers:

H.-U. FUCHS, Lerchenrain 7/25, CH-8046 Zürich.