Zürcher Hochschule
für Angewandte Wissenschaften

School of
Engineering

ASSESSMENTPRÜFUNG 2008

Studiengang: WI
Jahr: 2008
ExpertInnen:

Blatt 1

Klassen:	WI07a,b	Datum:	20.8.2008
Lehrer:	Fusa, Hsng, Room, Bawa	Zeit:	9:00 – 12:00

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG IN PHYSIK UND SYSTEMWISSENSCHAFT

Erlaubte Hilfsmittel: Eigene Zusammenfassung und Bücher, Taschenrechner

1. Formulieren Sie für die folgenden Fälle die Bilanzgleichung in *momentaner* (dynamischer) Form. Konkrete Gesetze für Flüsse, Produktionsraten und Quellraten sollen Sie *nicht* angeben.
   a. Elektrische Ladung fliesst durch einen Draht, der sich an einem Knoten in zwei Drähte verzweigt. Formulieren Sie die Ladungsbilanzgleichung für den Knoten.
   b. Salzwasser läuft durch ein Rohr ein einen Tank (wo sich schon Salzwasser befindet). Das Wasser im Tank wird gerührt. Es kann durch ein anderes Rohr abfliessen. Zusätzlich verdunstet Wasser. Formulieren Sie die Bilanz für die *Stoffmenge Salz*.
   c. Sonnenlicht wird (zum Teil) im Innern einer Glaskugel an jedem Punkt absorbiert (verschluckt). Das Licht bringt Entropie mit. Die Kugel ist an verschiedenen Stellen verschieden heiss, und sie ist heisser als die Umgebung. Formulieren Sie die Entropiebilanz für die Kugel als Ganzes.
   d. Winterthur besteht aus mehreren Teilen (Zentrum, Oberwinterthur, Wülflingen, etc.). Personen können innerhalb von Winterthur umziehen, geboren werden und sterben, und zu und wegziehen. Formulieren Sie die Bilanz der Einwohnerzahl für *Winterthur als Ganzes*.
   e. Im Innern eines Bioreaktors befinden sich Hefezellen, die sich vermehren oder auch absterben können. Es wird Nährlösung zugeführt, und der gut vermischte Inhalt wird laufend abgeführt. Formulieren Sie die Bilanz für die Menge der Hefezellen.

Verteiler

Kandidaten: nach Schluss der Prüfung an Dozierende zurück
Archiv: je ein Exemplar pro Abteilung z.H. Archiv
ExpertInnen:

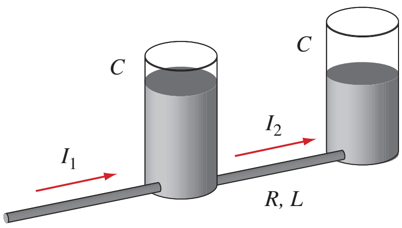
2. Ein nicht sehr tiefer Swimmingpool enthält Wasser, auf das während eines Tages von 6 Uhr bis 18 Uhr die Sonne scheint. Formulieren Sie ein relativ einfaches dynamisches Modell, mit dem man die Wassertemperatur als Funktion der Zeit bestimmen kann. Nehmen Sie an, dass Parameter und Umweltbedingungen bekannt sind.

   Details des Modells. Das Becken hat kubische Form und ist aus Beton einer bestimmten Dicke gemacht und zur Erde hin wärmeisoliert. Das Wasser füllt das ganze Becken und wird *nicht* durch Pumpen umgewälzt (es gibt natürliche Umwälzung wegen Temperatur- und Dichteunterschieden). Die Lufttemperatur ist den ganzen Tag konstant und gleich der Anfangstemperatur des Wassers. Ein leichter Wind weht über das Wasser, Verdunsten können Sie vernachlässigen. Die Einstrahlung der Sonne geht sinusförmig von Null (6 Uhr) über das Maximum zurück auf Null (18 Uhr). Das Wasser ist sehr transparent. Der Beton absorbiert einen bestimmten Bruchteil der Sonnenstrahlen, der Rest wird reflektiert.

   a. Skizzieren Sie ein systemdynamisches Modelldiagramm und formulieren Sie die relevanten Gleichungen.

   b. Skizzieren Sie den erwarteten Temperaturverlauf für 24 h (6 Uhr bis 6 Uhr), den Ihr Modell berechnet, qualitativ, und erklären Sie die wichtigsten Aspekte des Verlaufs.

3. Zwei gleiche kommunizierende Tanks haben einen Zufluss (siehe Figur). Das Verbindungsrohr zwischen den Tanks hat die Eigenschaften von Widerstand und Induktivität. Sie sollen im Folgenden das Modell für das System mit der Sprache der *elektrischen Stromkreise* formulieren.



   Details des Modells. Der Zufluss ist bekannt. Die Kapazitäten der beiden Gefässe sind gleich und genauso wie R und L bekannt.

   a. Zeichnen Sie ein elektrisches Diagramm, das dem hydraulischen entspricht.

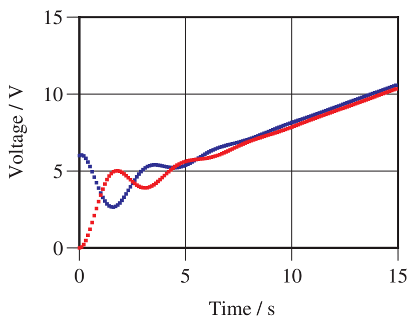
   b. Formulieren Sie die Differentialgleichungen (erster Ordnung) für das Modell mit den Variablen U_{C1}, U_{C2} und I_2.

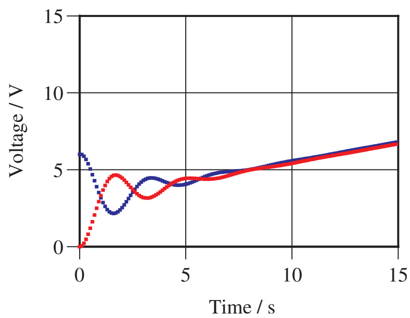
   c. Man kann die Gleichungen aus b z.B. zu einer DG 2. Ordnung für I_2 umwandeln:

$$\frac{d^2 I_2}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dI_2}{dt} + \frac{2}{CL} I_2 = \frac{1}{CL} I_1$$

   Nehmen Sie an, I_1 und R seien Null. Wie gross ist in diesem Fall die Schwingungsperiode des Systems wenn $C = 1$ F und $L = 2$ H?

   d. Nehmen Sie nun an, dass $I_1 = 1$ A (konstant) und $C = 1$ F sind (R und L haben bestimmte für uns nicht interessante Werte). Welches der beiden Diagramme zeigt eine richtige Lösung des Modells? Warum?



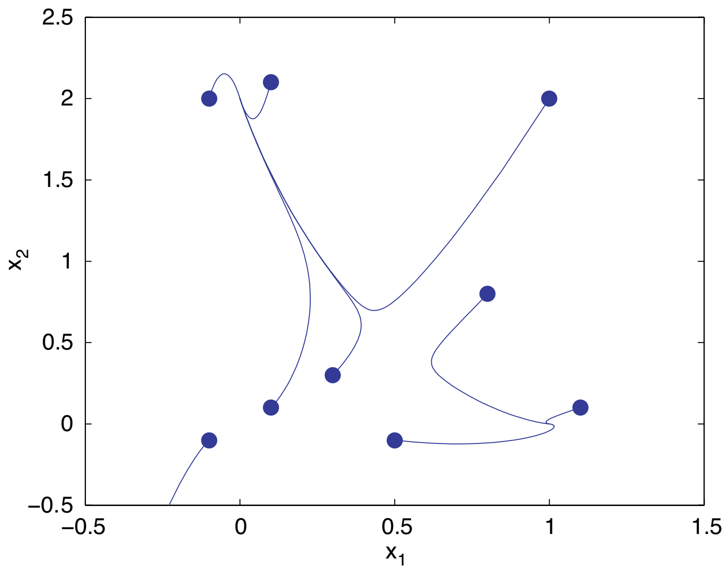


4. Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$\frac{dx_1}{dt} = x_1(1 - x_1) - x_1 x_2$$
$$\frac{dx_2}{dt} = 2x_2\left(1 - \frac{x_2}{2}\right) - 3x_1 x_2$$

a. Bestimmen Sie rechnerisch alle Gleichgewichte des Systems. Ihre Rechnung muss nachvollziehbar sein.

b. Die Figur zeigt die Ergebnisse von 9 Simulationen des Systems, wobei jede Simulation einer Trajektorie entspricht. Beurteilen Sie anhand der Trajektorien die Stabilität aller Gleichgewichtspunkte aus Aufgabe a. Begründen Sie Ihre Aussagen.



c. Skizzieren Sie den Verlauf aller x_1 - und x_2 -Nullklinen des Systems im Bereich $x_1 \in [-0.5,2]$, $x_2 \in [-0.5,2]$.

d. Skizzieren Sie das Vektorfeld des Systems im Bereich $x_1 \in [-0.5,2]$, $x_2 \in [-0.5,2]$.

5. Betrachten Sie einen chemischen Reaktor in dem folgende Reaktion abläuft:

$$A + 2B \rightarrow C.$$

Der Reaktor hat ein Arbeitsvolumen von 5 Litern. In diesem Volumen sind alle Edukte und Produkte der Reaktion ständig räumlich homogen verteilt. Ausserdem können Sie zunächst davon ausgehen, dass der Reaktor mit der Umgebung keine Stoffe austauscht. Am Anfang befinden sich 2 Mol von Substanz A, 1 Mol von Substanz B und keine Substanz C im Reaktor. Die Rate der Reaktion ist proportional zum Produkt der

Konzentration von Substanz A und der quadrierten Konzentration von Substanz B, beträgt also $kc_Ac_B^2$. Die Reaktion laufe vollständig ab.

a. Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Mengen aller beteiligten Stoffarten. Die Zeitachse Ihrer Skizze soll alle Zeiten vom Start bis zum Abschluss der Reaktion umfassen und genau zeigen, wie hoch die Anfangs- und Schlussmengen aller Soffe sind und grob, in welchen Phasen des Reaktionsverlaufs die Veränderungsraten der Stoffmengen hoch und in welchen sie klein sind.

b. Nehmen Sie nun an, der Reaktor werde kontinuierlich betrieben, d.h. es werden laufend konstante Mengen von Substanz A und B zugeführt und konstante Mengen der gebildeten Substanz C abgeführt. Formulieren Sie die Differentialgleichungen für die Veränderungsraten der Mengen aller drei beteiligten Stoffe. Rechts in den Gleichungen sollen nur die Konzentrationen der beteiligten Stoffe, das Arbeitsvolumen des Reaktors V, die Ratenkonstante k und die Stoffzuflüsse und – abflüsse I_A , I_B und I_C vorkommen.

c. Ihr Ziel ist es, den kontinuierlich betriebenen Reaktor mit Zu- und Abflüssen I_A , I_B und I_C (vgl. Aufgabe b) in einem Fliessgleichgewicht zu halten. Dieser Gleichgewichtszustand soll folgende Eigenschaften aufweisen:

   - I_C ist so eingestellt, dass alle gebildete Substanz C sofort abgeführt wird, d.h. es gilt immer $n_C = 0$. Ausserdem sei $I_C = 1$ Mol·h^{-1}.
   - Die Konzentration von Substanz A ist konstant und beträgt 4 Mol/Liter.

   Wie gross müssen Sie I_A und I_B wählen, um das System in diesem Zustand zu halten, und und wie gross sind dann die Stoffmengen n_A* und n_B* im Gleichgewicht? Geben Sie für alle Grössen Zahlenwerte an, wobei Sie annehmen, dass die Ratenkonstante $k = 0.1$ L^{2}Mol^{-2}h^{-1} beträgt.

Zürcher Hochschule
für Angewandte Wissenschaften

School of Engineering

ASSESSMENTPRÜFUNG 2007

Blatt 1

Abteilung:	WI
Jahr:	2008
Experten:	

Klassen:	WI07a,b	Datum:	20.8.2008
Lehrer:	Fusa, Hsng, Room, Bawa	Zeit:	9:00 – 12:00

LÖSUNGEN ZUR SCHRIFTLICHE PRÜFUNG IN PHYSIK

ERLAUBTE HILFSMITTEL: Eigene Zusammenfassung und Bücher, Taschenrechner

1. Laws of balance for various situations

a. Node in electric circuit

$$0 = I_{Q1} - I_{Q2} - I_{Q3}$$

b. Salt and salt water

$$\dot{n}_{Salt} = I_{n,in} - I_{n,out}$$

c. Entropy of sphere of glass

$$\dot{S}_{Glass} = I_{S,in} + \Pi_{S,absorption} + \Pi_{S,conduction} - I_{S,loss}$$

d. Population of the city of Winterthur

$$\dot{P}_{Winterthur} = I_{P,in} - I_{P,out} + \Pi_{P,birth} - \Pi_{P,death}$$

e. Amount of yeast in bio-reactor

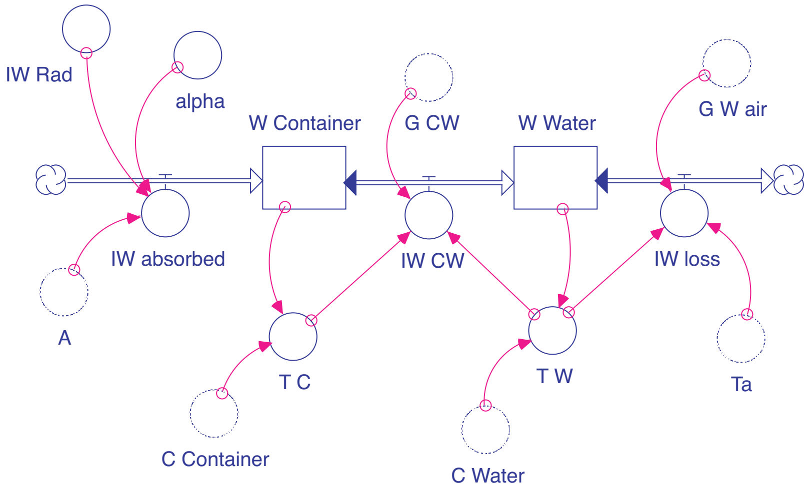
$$\dot{n}_{Yeast} = -I_{n,out} + \Pi_{n,production} - \Pi_{n,death}$$

Verteiler

Spätestens bis Prüfungsbeginn: je ein Exemplar pro Abteilung z.H. Archiv

2. Thermal model of swimming pool

a.



dW_Container(t) / dt = IW_absorbed - IW_CW; INIT W_Container = C_Container*Ta

dW_Water(t) / dt = IW_CW - IW_loss; INIT W_Water = C_Water*Ta

IW_absorbed = alpha*A*IW_Rad

IW_CW = G_CW*(T_C - T_W)

IW_loss = G_W_air*(T_W - Ta)

A = Length*Width

C_Container = Thickness*(2*Width*Depth + 2*Length*Depth + Length*Width)*2400*800

C_Water = Length*Width*Depth*1000*4200

G_CW = h_CW*(Length*Width + 2*Width*Depth + 2* Length*Depth)

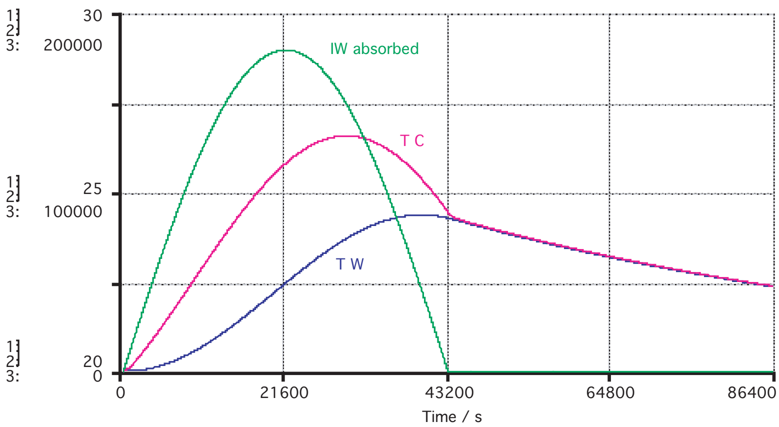
G_W_air = h_W_Air*Length*Width

IW_Rad = 1000*SIN(2*PI/86400*TIME)

T_C = W_Container/C_Container

T_W = W_Water/C_Water

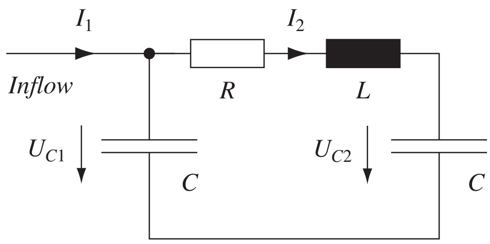
b.



Lower curve reaching a maximum of less than 25°C schortly before sunset. Features: Delayed rise at t = 0 because concrete basin absorbs radiation and produces entropy before passing it on to the water (note, even T_C has an initial slope equal to zero since solar radiation is only beginning at that time). Considerable delay of maximum temperature relative to mximum radiation at noon. Decrease of temperature after sunset because of heat loss.

3. Two communicating containers with inflow and inductive behavior

a.



b. Model equations

$$\frac{dQ_1}{dt} = I_1 - I_2 \quad , \quad \frac{dQ_2}{dt} = I_2$$
$$U_R + U_L = U_{C1} - U_{C2}$$
$$U_L = L\frac{dI_2}{dt}$$
$$U_R = RI_2$$
$$Q_1 = CU_{C1} \quad , \quad Q_2 = CU_{C2}$$

Introduce the last two equations in the first two, and insert (2) and (4) in Equation (3):

$$C\frac{dU_{C1}}{dt} = I_1 - I_2$$
$$C\frac{dU_{C2}}{dt} = I_2$$
$$L\frac{dI_2}{dt} = U_{C1} - U_{C2} - RI_2$$

c.

$$\frac{d^2 I_2}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dI_2}{dt} + \frac{2}{CL}I_2 = \frac{1}{CL}I_1$$
$$R = 0,\, I_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2 I_2}{dt^2} + \frac{2}{CL}I_2 = 0$$

This leads to the standard form of an undamped linear oscillation having an angular frequency of

$$\Omega^2 = \frac{2}{CL}$$

This leads to

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi\sqrt{\frac{CL}{2}} = 2\pi\sqrt{\frac{1\cdot 2}{2}} = 6.28\text{s}$$

d. Because of I1, charge is added to the capacitors at a rate of 1 C/s. After the oscillations have died down, the charge of each of the capacitors must rise at the rate of 0.50 C/s which makes their voltages rise at a rate of 0.50 V/s. The slope of the voltage curves in the *first* diagram corresponds to this case.

4. 2D dynamical system

a.

$$x_1\left(1 - x_1\right) - x_1x_2 = 0 \quad \textit{and} \quad 2x_2\left(1 - \frac{x_2}{2}\right) - 3x_1x_2$$

$$\Rightarrow$$

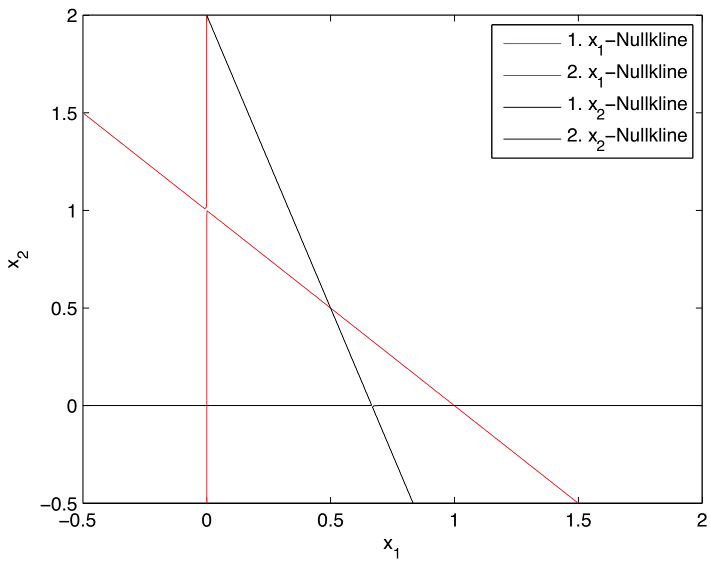
$$\mathbf{x}^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \textit{or} \quad \mathbf{x}^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \textit{or} \quad \mathbf{x}^* = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix} \quad \textit{or} \quad \mathbf{x}^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b.

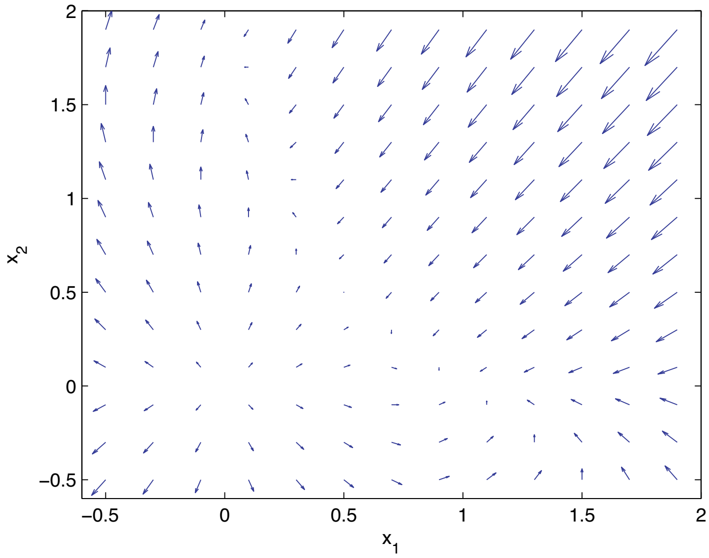
$$\textit{Unstable}: \quad \mathbf{x}^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \textit{and} \quad \mathbf{x}^* = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$\textit{Stable}: \quad \mathbf{x}^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \textit{and} \quad \mathbf{x}^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

c. Nullclines:

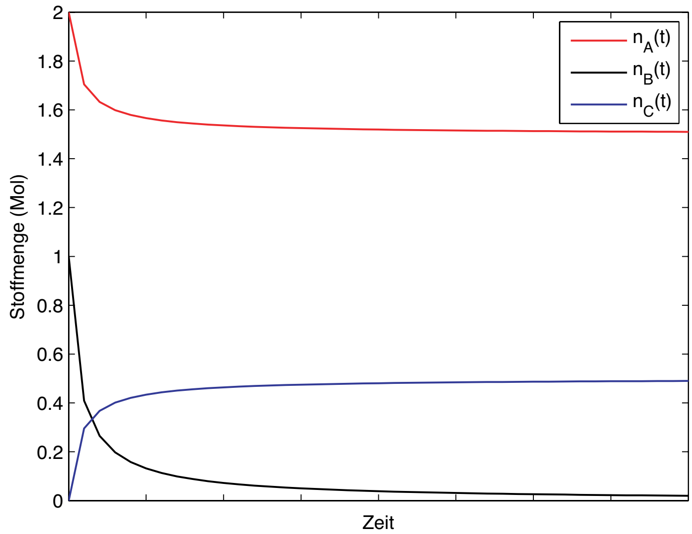


d. Vector field:



5. Chemical reactor

a.



b.

$$\frac{dn_A}{dt} = I_A - Vkc_Ac_B^2$$

$$\frac{dn_B}{dt} = I_B - 2Vkc_Ac_B^2$$

$$\frac{dn_C}{dt} = -I_C + Vkc_Ac_B^2$$

c.

$$I_{\mathrm{C}} = \Pi_{\mathrm{C}} = Vkc_{\mathrm{A}}c_{\mathrm{B}}^{2}$$

$$\Rightarrow \quad c_{\mathrm{B}}^{*} = \sqrt{\frac{1}{Vkc_{\mathrm{B}}^{*}}} \quad and \quad n_{\mathrm{B}}^{*} = Vc_{\mathrm{B}}^{*} = V\sqrt{\frac{1}{Vkc_{\mathrm{B}}^{*}}} = 3.536\mathrm{Mol}$$

$$n_{\mathrm{A}}^{*} = Vc_{\mathrm{A}}^{*} = 20\mathrm{Mol}$$

$$n_{\mathrm{C}}^{*} = 0$$

$$I_{\mathrm{A}} = Vkc_{\mathrm{A}}^{*}c_{\mathrm{B}}^{*2} = 1.0\mathrm{Mol}\cdot\mathrm{h}^{-1}$$

$$I_{\mathrm{B}} = 2Vkc_{\mathrm{A}}^{*}c_{\mathrm{B}}^{*2} = 2.0\mathrm{Mol}\cdot\mathrm{h}^{-1}$$